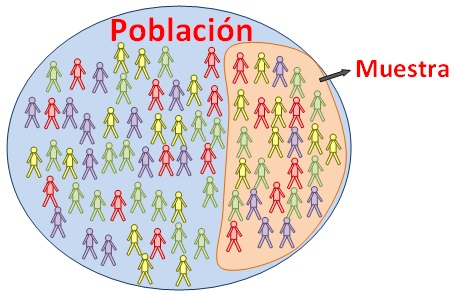
**Tema 5.1.1. Estimación Puntual.**

**Motivación del tema.** Suponga que el diámetro de los tornillos manufacturados por una empresa está distribuido normalmente con una media desconocida y una desviación estándar también desconocida. Nuestro objetivo es averiguar el valor de estos parámetros. Es imposible o impracticable examinar todos los tornillos, pero podemos examinar el diámetro de una muestra de tornillos. Sobre la base de esta muestra de tornillos vamos a hacer inferencias sobre el valor de la media y desviación estándar utilizando estadísticos ( funciones de la muestra ) y . El muestreo es una herramienta que utilizamos en la vida diaria para sacar conclusiones acerca de la población, por ejemplo, probamos un pedazo de fruta para saber si el resto de la fruta está buena. Entrevistamos a un grupo de personas para conocer sus preferencias sobre los candidatos para ocupar un puesto. A esta forma de proceder se le llama **INFERENCIA ESTADÍSTICA** y es de lo que se trata en esta unidad V.



**Tema: Estimación Por El Método De Máxima Verosimilitud.**

**Definición 1. Muestra Aleatoria.** Se dice que las variables aleatorias son una muestra aleatoria de una población con densidad si la densidad conjunta es el producto de las densidades marginales

**Definición 2. Estimador Puntual.** Un estimador puntual del parámetro es una función

,

**Definición 3. Método de Máxima Verosimilitud.** Un método para encontrar estimadores es el de máxima verosimilitud y consiste en encontrar, con el criterio de la primera derivada, el valor máximo de la función de verosimilitud

Esta función es más manejable tomando su logaritmo natural .

**Ejemplo 1.** Una muestra aleatoria de tamaño procede de la distribución normal

Obtenga los estimadores de máxima verosimilitud de y .

**Solución.**

**Paso 1.** Formamos la función de verosimilitud

**Paso 2.** Sacamos el logaritmo natural

**Paso 3.** Derivamos con respecto a y e igualamos las derivadas a 0

**Paso 4.**  Despejamos a y . De la primera ecuación obtenemos:

De la segunda ecuación despejamos a . Primero multiplicamos la ecuación por para obtener:

Generalmente se utiliza la siguiente notación para estos estimadores

y

**Tema: Estimadores Insesgados.**

**Definición 4.** Un estimador se llama un estimador insesgado de un parámetro si .

**Ejemplo 2.** Demostrar que el estimador es un estimador insesgado de , en el ejemplo 1.

**Solución.**

**Ejemplo 3.** Demuestre que el estimador es un estimador sesgado de .

**Solución.** Sumamos y restamos , elevamos al cuadrado, separamos las sumas y recuerde que en una sumatoria si una expresión no depende del índice de la sumatoria, la expresión es constante

simplificamos el segundo término como:

entonces la última expresión que estábamos manejando nos queda como:

Ahora sacando la esperanza de cada sumando obtenemos:

tomando en cuenta ahora que:

mientras que el último término lo simplificamos utilizando la independencia de las variables aleatorias para calcular la varianza de una suma de variables aleatorias

obtenemos

es un estimador sesgado de

Si queremos obtener un estimador insesgado de la varianza, en la expresión anterior pasamos al primer miembro para obtener

Pero como

entonces el estimador insesgado es

**Tema: Estimadores Consistentes.**

**Definición 5. Estimador Consistente.** Un estimador insesgado del parámetro y que depende del tamaño de la muestra es consistente si

**Ejemplo 4.** Demostrar que si es una muestra aleatoria de una distribución normal, con parámetros y entonces es un estimador consistente.

**Solución.** Ya sabemos que , es decir, que es insesgado. Falta comprobar que

Pero en el ejercicio 3 ya obtuvimos la fórmula para esta varianza, sustituyendo la fórmula debemos checar que: